



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



CADERNO DE ATIVIDADES

APOIO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

AUTOR: ALAILTON DAMIÃO OLIVEIRA SANTOS

Ficha Catalográfica – Biblioteca Central Julieta Carteado

Santos, Alailton Damião Oliveira

S233c Caderno de atividades: apoio para o ensino de geometria./Alailton
Damião Oliveira Santos. – 2019.
46f.: il.

Produto da dissertação apresentado ao Programa de
PósGraduação da Universidade Estadual de Feira de Santana,
Mestrado Profissional em Astronomia, 2019.

1.Geometria. 2.Geometria – Estudo e ensino. 3.Espacialidade.
I.Universidade Estadual de Feira de Santana. II.Título.

CDU: 514

Maria de Fátima de Jesus Moreira – Bibliotecária – CRB5/1120

APRESENTAÇÃO

Este Caderno de Atividades é parte integrante da Dissertação de Mestrado desenvolvida no Mestrado Profissional em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana que tem como título: Ensino de conceitos geométricos e astronômicos contextualizado na obra “Planolândia: Um Romance de Muitas Dimensões”.

Este produto educacional reúne sugestões de atividades que foram construídas com objetivo de ajudar professores e estudantes no desenvolvimento das noções básicas de Geometria com foco na espacialidade. Com a motivação gerada pela leitura da obra Planolândia, busca-se relacionar aspectos geométricos presentes no livro com temas de Astronomia e experimentos manipuláveis, visando a contextualização e motivação no processo de ensino-aprendizagem.

Espera-se que este produto educacional seja útil para os professores que queiram desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes com a ampliação da noção de espaço, utilizando-se de conceitos da área da Astronomia para tal.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	4
PLANOLÂNDIA.....	7
COMO USAR ESTE CADERNO.....	10
ATIVIDADE 01: RECONHECENDO AS DIMENSÕES.....	11
ATIVIDADE 02: RECONHECENDO FORMAS PLANAS.....	15
ATIVIDADE 03: DANDO FORMAS ÀS SOMBRAS.....	18
ATIVIDADE 04: PLANIFICAÇÃO DO CÉU.....	22
ATIVIDADE 05: ONDE ESTÁ A TERCEIRA DIMENSÃO ESPACIAL?.....	25
ATIVIDADE 06: O ESPAÇO CELESTE.....	30
ATIVIDADE 07: DISTÂNCIA DAS ESTRELAS.....	32
ATIVIDADE 08 – O ESPAÇO SEGUNDO A TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL.....	36
ATIVIDADE 09 – DIFERENTES GEOMETRIAS.....	40
ATIVIDADE 10 – VIAGEM NO ESPAÇO E NO TEMPO.....	43

INTRODUÇÃO

O famoso Mito da Caverna ou “Alegoria da Caverna”, escrito pelo filósofo grego Platão, fala que a percepção do mundo está associada às experiências vivenciais de cada indivíduo. Acredita-se que o homem desde o seu surgimento na Terra busca compreender o mundo que o cerca, através da interação com o espaço e com o tempo. Essa interação é feita por meio dos sentidos e a partir disso busca seu entendimento, passando a atribuir significados.

A descrição racional do mundo e o entendimento dos fenômenos há muito tempo move a humanidade. Ao longo de sua história, na busca da compreensão do espaço em que vive, o homem passou a utilizar-se de formas geométricas e relacioná-las fenômenos e objetos a sua volta, numa espécie de descrição geométrica da natureza.

Do ponto de vista educacional, é indispensável que os estudantes desenvolvam o correto entendimento de conceitos básicos como sistemas de referências, formas planas e não planas, espaço e projeções. Entretanto, o ensino desses conceitos

geralmente se baseia em representações e aplicações de fórmulas que exigem um pensamento geométrico desenvolvido e alto grau de abstração.

Estes aspectos muitas vezes fazem com que os estudantes se sintam desmotivados, pois precisam fazer interpretações abstratas sem antes reconhecer os elementos de modo concreto. Além disso, pouco se discute sobre como ocorre a percepção do espaço pelo ser humano. Dessa forma é preciso apresentar aos estudantes os mecanismos que são empregados para que ele perceba o mundo de forma tridimensional.

Com as atividades desse caderno busca-se possibilitar a ampliação da noção de espaço bi e tridimensional bem como o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, contribuindo assim para o alcance de habilidades associadas à percepção, imaginação e abstração. As atividades buscarão responder a questionamentos do tipo: *em quantas dimensões espaciais vivemos? Quantas dimensões espaciais percebemos? Como ocorre essa percepção? Como são percebidos os astros?*

Na busca por tentar desenvolver a noção espacial e um entendimento da percepção tridimensional serão desenvolvidas

atividades, partindo-se de ideias simples para pensamentos mais complexos, de situações vivenciais para raciocínios mais abstratos. Acredita-se que as discussões levantadas com as atividades são capazes de promover a motivação nos estudantes além da ampliação das noções de espaço, o que contribuirá para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

PLANOLÂNDIA

Imagine um mundo no qual os habitantes não possuem altura alguma, seres absolutamente planos, que vivem no mundo também totalmente plano. Os habitantes desse universo que vamos passar a chamar de Planolândia são figuras geométricas conhecidas, como triângulos, quadrados, pentágonos e círculos. Esse universo foi projetado pelo inglês Edwin A. Abbot em 1884, como forma de satirizar preconceitos existente na sociedade vitoriana.

O livro é dividido em duas partes. Na primeira delas, denominada de “Este Mundo”, o autor busca caracterizar os habitantes, as casas, o clima, as formas de reconhecimento e as leis que regem os comportamentos em Planolândia.

Quanto aos habitantes existe uma interessante relação entre o número de lados e o prestígio social, ou seja, as classes mais baixas são triângulos e os profissionais seriam os quadrados. A nobreza seria representada pelos pentágonos e hexágonos. Logo, para a nobreza, cabe o título de polígonos. Os

círculos, por sua vez, seriam os altos sacerdotes. No entanto, as mulheres seriam apenas linhas, totalmente desprovidas de capacidade mental, sem discernimento e quase nenhuma memória. Porém, de acordo com a sua natureza, elas poderiam ser mortais, pois podiam furar um desatento habitante desse mundo abstrato que chamaremos de Planolândia, já que são vistas apenas como um ponto (muitas vezes invisível).

Em relação às formas de reconhecimento pela visão é necessário muito treinamento, uma vez que apenas lados podem ser vistos de modo que um quadrado visto de lado pode facilmente ser confundido com um círculo.

A segunda parte do livro, denominada de “Outros Mundos”, tem início com a descrição de uma visão que o personagem – Quadrado – tem do mundo unidimensional. Em Linhalândia, como chamou o autor, os personagens são segmentos de retas e pontos que podem se deslocar, com restrições de vizinhança, apenas em uma direção. Esse último aspecto é motivo de um fervoroso debate do personagem com um habitante unidimensional, ao tentar convencê-lo da existência de outra direção, além da já conhecida.

Depois da visão, no ápice de suas experiências, o habitante bidimensional recebe a visita de um forasteiro da terceira dimensão, uma esfera que tenta convencê-lo da existência de uma outra direção espacial. Preso em seu plano, o personagem é surpreendido por um ponto que aparece em sua frente e aumenta de tamanho, formando o mais perfeito círculo.

Para convencê-lo da existência da terceira dimensão a esfera recorre à experiência no mundo tridimensional, levando-o para o espaço. Ao tomar consciência é preenchido pelo desejo de conhecer cada vez mais, chegando a levantar hipóteses sobre a quarta, quinta e sexta dimensão.

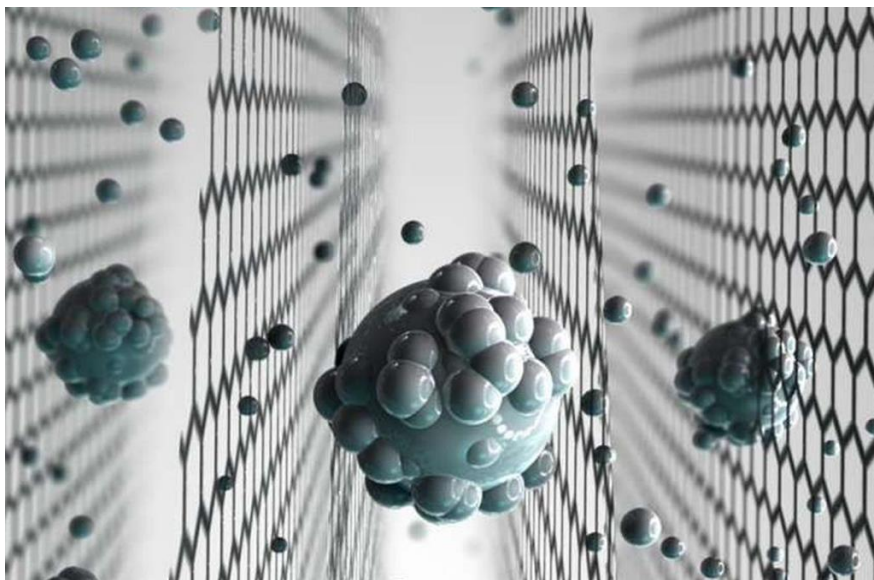
Retornando à Planolândia, tenta explicar para seus conterrâneos sobre a existência da terceira dimensão. Novamente vem à tona a limitação de um ser que vive em determinada dimensão conceber uma dimensão superior, pois teria que apontar para uma direção totalmente nova. A frustração toma conta do personagem principal, assim é condenado a viver preso ao seu espaço e a suas ideias.

COMO USAR ESTE CADERNO

Este Caderno de Atividades poderá ser utilizado nas disciplinas de Matemática e Ciências do Ensino Fundamental e na disciplina de Física em qualquer série do Ensino Médio. Não possui uma ordem de uso, podendo seguir uma ordem que melhor se distribua cada conteúdo no planejamento do professor. Apesar disso, buscou-se estruturar os conteúdos numa ordem crescente de complexidade e abstração.

Por fim, sugere-se o uso das atividades contidas nesse caderno de forma complementar, sem a pretensão de substituir conteúdos estabelecidos nos currículos. Portanto, nosso maior objetivo é o de ajudar no desenvolvimento de habilidades de visualização, percepção e representação do espaço e de seus elementos, contribuindo assim para desenvolvimento do pensamento geométrico.

ATIVIDADE 01: RECONHECENDO AS DIMENSÕES



Membranas feitas de óxido de grafeno com espessura atômica que são consideradas bidimensionais. A imagem ilustra como a membrana pode separar o sal da água.

Fonte: BBC

INTRODUÇÃO

O que percebemos ao observar um segmento de reta a partir de sua origem e no sentido do seu comprimento? Percebe-se que deste ângulo se observará apenas “um ponto”, esta é a visão de um habitante de Pontolândia, ou uma mulher sendo observada de frente em Planolândia. Discutir o conceito de reta envolve questionar quantas medidas podem ser feitas (no caso, apenas o comprimento), o que está intimamente ligado ao número de dimensões a ela associada.

Um pensamento descrito num diálogo entre personagem principal e uma esfera pode ser útil para ampliar o entendimento e avançar no número de dimensões. A seguir é apresentado o trecho:

“- [...] se um ponto se move na direção norte e deixa um rastro luminoso, que nome o senhor daria para o rastro?

- Linha reta.

- E uma linha reta tem quantas extremidades?

- Duas.

- Agora, imagine a linha reta que vai para o norte movendo-se em paralelo a si mesma no sentido leste-oeste, de modo que cada ponto dela deixe atrás de si como rastro uma linha reta. Que nome o senhor dará para a figura assim formada? Vamos supor que ela se mova por uma distância igual à linha reta original. Qual seu nome?

- Quadrado.

- E quantos lados tem um quadrado? Quantos ângulos?

- Quatro lados e quatro ângulos” (Abbott, 2ª ed, p. 57)

Continuando-se com o pensamento, o movimento de um quadrado na direção perpendicular dará origem a formas que possuem três dimensões.

OBJETIVOS	Identificar o número de dimensões espaciais em objetos e representações de figuras em uma, duas ou três dimensões.
CONTEÚDOS	Dimensões espaciais, formas planas e espaciais.
MATERIAIS	Materiais em diversos formatos (bolas de isopor, barbante

fino, cubo, esfera, prismas, papel ultrafino, placas planas etc.)

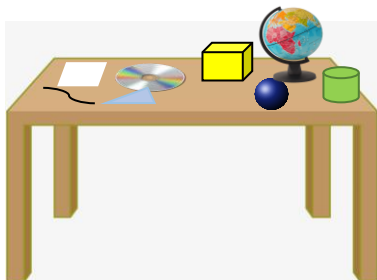
ESTRATÉGIA

Apresentação das principais características de Planolândia pelo professor ou através do vídeo: *Dr. Quantum Visita Planolândia*. Em seguida discute como as dimensões estão associadas a elementos matemáticos como eixos, planos, formas geométricas e representações espaciais. Por fim os estudantes devem fazer o reconhecimento do número de dimensões em objetos e representações.

ATIVIDADE: Reconhecendo as dimensões espaciais

O professor expõe objetos e formas geométricas que representem diferentes números de dimensões espaciais como globo terrestre, embalagens, recortes de papel ofício, linhas e outros objetos. O professor solicita um aluno voluntário para separar os objetos em grupos, como se fosse arrumá-los em prateleiras, baseando-se no que foi apresentado sobre Planolândia e observando o que têm de semelhante ou diferente. Com identifica as formas planas e não planas.

FIGURA 1 – Formas na mesa.



É POSSÍVEL QUE SEPEAREM POR COR OU MATERIAL QUE SÃO FEITOS pois são CARACTERÍSTICAS MAIS FÁCEIS DE SEREM NOTADAS. NESSE CASO OUTRO ESTUDANTE DEVE FAZER NOVA CATEGORIZAÇÃO.

Ao final os estudantes identificam quais formas possui, numa aproximação, uma, duas ou três dimensões.

Para apresentação de Planolândia sugere-se uma maquete ou mesmo formas geométricas feitas de papel muito fino colocadas sobre superfície de uma mesa, que representará Planolândia.

Professor, mostre para o estudante que o número de dimensões de um objeto ou figura está associado a medida ou cálculo do seu comprimento, área ou volume e suas respectivas unidades.

No Sistema Internacional (SI):

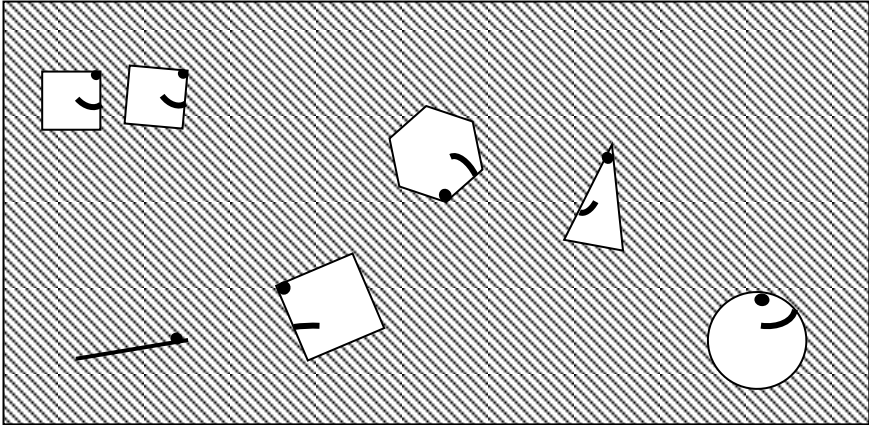
Comprimento: metro (m).

Área: metro quadrado (m^2).

Volume: metro cúbico (m^3).

Como sugestão para apresentar Planolândia pode ser utilizado o vídeo “*Dr. Quantum Visita Planolândia*”, disponível no endereço: https://www.youtube.com/watch?v=GF_4J-hq0FI

ATIVIDADE 02: RECONHECENDO FORMAS PLANAS



Representação dos habitantes de Planolândia. Cada forma geométrica plana possui apenas duas dimensões espaciais.

Fonte: Autor.

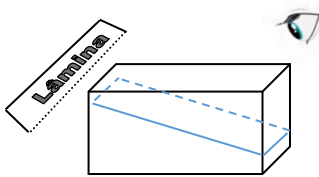
INTRODUÇÃO

Em Planolândia cada habitante é uma figura geométrica plana que pode deslocar para frente e para trás, para direita e para esquerda, porém não existe movimento para cima ou para baixo, esses termos não fazem sentido para um habitante daquele universo. Uma experiência perturbadora em Planolândia ocorre quando uma esfera visita um quadrado. Tudo que o pobre ser bidimensional vê é um ponto surgindo do nada e aumentando assustadoramente de tamanho, se tornando um círculo perfeito. Um objeto tridimensional é percebido parcialmente em Planolândia, apenas uma seção plana pode ser vista.

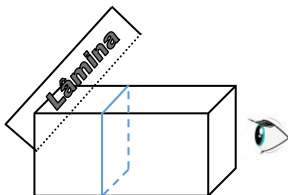
OBJETIVOS	Identificar figuras planas e suas características a partir de seções em sólidos.
CONTEÚDO	Figuras geométricas planas.
MATERIAIS	Caixa com fenda e sólidos (cubo, cilindro, cone, etc.).
ESTRATÉGIA	Utilizar o episódio da visita da esfera a Planolândia para estimular os estudantes a imaginar como se seções em sólidos podem gerar figuras geométricas conhecidas. Fazer seções em sólidos identificando e caracterizando as formas geradas. Pode-se utilizar uma caixa com uma fenda para simular a visão de um habitante de Planolândia.

ATIVIDADE: Seccionando sólidos

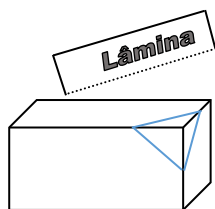
Essa atividade consiste em fazer seções retas em sólidos buscando identificar as figuras planas geradas. Tomemos a figura do paralelepípedo como exemplo.



Qual figura é gerada?



Qual figura é gerada?



Qual figura é gerada?

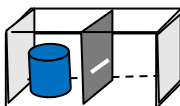
As figuras geradas possuem várias características como número de lados, ângulos e vértices que podem ser explorados em sala de aula. Sugere-se que seja utilizado materiais manipuláveis como barra de sabão ou silicone, proporcionando melhor condições de visualização.

MONTAGEM DO KIT: CAIXA COM FENDA

Materiais necessários: Caixa de papelão com dimensões aproximadas de 20 cm de comprimento 20 cm de largura e 10 de altura, cola de artesanato, sólidos para visualização e estilete.

Como montar: Retira-se duas laterais diametralmente opostas e faz-se uma fenda fina em uma delas. Em seguida fixa-se a lateral com a fenda no centro da caixa, como representa a Figura 2.

FIGURA 2 – Caixa com fenda.



Como usar: coloca-se um sólido de um lado da fenda e observa-se pelo outro lado. Uma sugestão é pedir para os estudantes tentarem descobrir que sólido está na caixa apenas visualizando sua seção pela fenda. Neste caso deve-se ter o cuidado para que o estudante não visualize ao posicionar o sólido.

ATIVIDADE 03: DANDO FORMAS ÀS SOMBRAS



Durante o eclipse lunar a sombra da Terra é projetada na superfície da Lua, com isso é possível perceber o formato esférico.

Foto: Wagner Magalhães/G1.

INTRODUÇÃO

Quando um sólido geométrico é conhecido, seja pela apresentação em níveis de ensino anteriores ou simplesmente pelo contato com materiais do cotidiano é possível reconhecê-lo por meio de suas sombras. A formação e projeção de sombras são comuns no nosso dia a dia e dão origem fenômenos astronômicos como os eclipses. Neles parte da luz projetada pelo Sol é bloqueada pela Terra (eclipse lunar) ou pela Lua (eclipse solar). No caso do eclipse lunar é possível perceber a curvatura da Terra na sua sombra projetada na Lua.

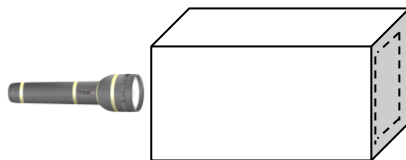
OBJETIVOS	Identificar formas planas e sólidos por meio da projeção das sombras.
CONTEÚDOS	Sólidos e projeções.
MATERIAIS	Projektor de sombras e sólidos diversos.
ESTRATÉGIA	O professor utiliza o projetor de sombras fazendo projeções de diferentes ângulos. Seguindo o questionário o estudante deverá identificar e escrever o nome da figura plana que está vendo. Por meio da rotação o estudante poderá ver as diversas sombras geradas e inferir qual sólido está projetando a sombra. Com isso o estudante identifica as figuras e sólidos e suas características.

MONTAGEM DO KIT: PROJOTOR DE SOMBRAS

Materiais necessários: Caixa de papelão com dimensões aproximadas de 30 cm de comprimento 20 cm de largura e 20 de altura, papel vegetal, fita adesiva e lanterna.

Como montar: Retira-se uma das laterais de papelão e fixa-se o anteparo com papel vegetal. Na lateral oposta faz-se um orifício com diâmetro igual ao da lanterna ou fonte de luz.

FIGURA 3 – Projektor de sombras.



Como usar: coloca-se um sólido entre a fonte de luz e o anteparo com a luz desligada. Após ligar a fonte de luz o estudante visualiza a projeção da sombra na parte externa da lateral com papel vegetal.

QUESTIONÁRIO: DANDO FORMAS AS SOMBRAS

Após apresentar o aparato, coloque um sólido sem que os estudantes visualizem o mesmo diretamente. Observação: sugere-se desligar a fonte de luz antes de fazer a manipulação e troca de objetos para não revelar precipitadamente.

Que figura geométrica você está vendo? _____

O sólido geométrico pode produzir essa sombra? _____

Após girar $\frac{1}{4}$ de volta:

Que figura geométrica você está vendo? _____

Que sólido geométrico deve estar a produzir essa sombra? _____

Após girar o objeto completamente:

O sólido geométrico pode produzir essa sombra? _____

Coloque outro sólido sobre o suporte e repita o processo.

Ao realizar essa atividade o professor pode obter informações sobre o conhecimento dos estudantes a respeito das figuras e dos sólidos, além de estimular o pensamento geométrico a medida em que o estudante imagina que sólido está projetando a sombra. Sugere-se

evidenciar aos estudantes o fato de que só é possível afirmar que sólido está dentro da caixa após vê-lo por vários ângulos diferentes, relacionando com o que ocorre em Planolândia e na visão estereoscópica.

ATIVIDADE 04: PLANIFICAÇÃO DO CÉU



A observação direta de estrelas no céu não permite afirmar qual está mais próximo ou mais distante. A formação das constelações parte da projeção das estrelas na superfície de uma esfera de raio indefinido.

Foto: VCHAL/SHUTTERSTOCK.

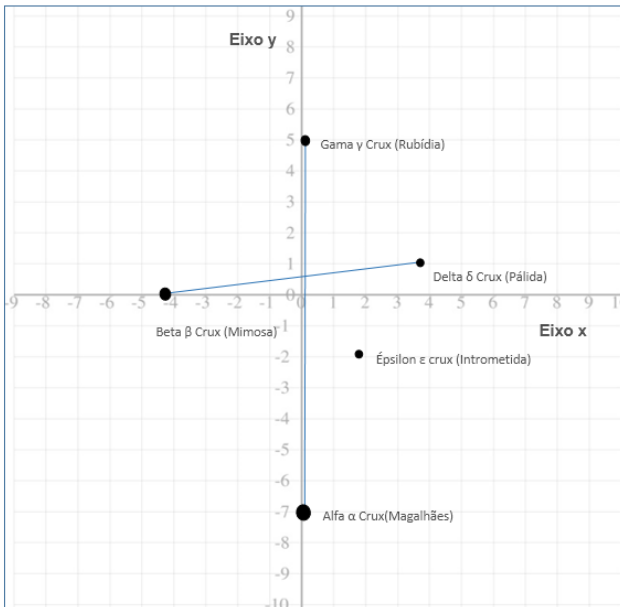
INTRODUÇÃO

Desde os primeiros meses de vida nós avaliamos as distâncias até os móveis e outros objetos e desenvolvemos a noção de próximo e distante. Ao interagirmos com o mundo, estabelecemos sempre um sistema de referência que nos permite deslocar no espaço e situar-se nele. Esse processo é tão natural que passa despercebido, porém é indispensável para localização e representação do espaço.

OBJETIVOS	Discutir a representação de pontos no plano por meio de pares ordenados.
CONTEÚDOS	Coordenadas cartesianas, eixos e planos.
MATERIAIS	Constelação impressa.
ESTRATÉGIA	Com a constelação impressa, os estudantes devem usar o sistema de referência com dois eixos perpendiculares e identificar as posições de cada estrela no plano, escrevendo o par ordenado associado em uma tabela.

ATIVIDADE

Observe a figura abaixo. Cada estrela da constelação do Cruzeiro do Sul possui uma localização.



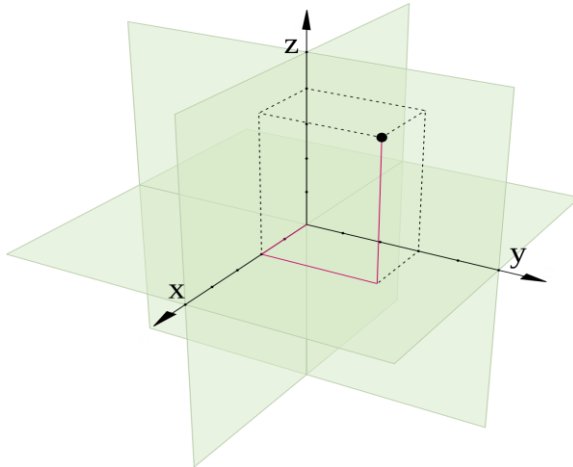
Preencha as coordenadas de cada estrela nos eixos.

Estrela	Eixo x	Eixo y
Alfa α Crux (Magalhães)		
Beta β Crux (Mimosa)		
Gama γ Crux (Rubídia)		
Delta δ Crux (Pálida)		
Épsilon ϵ crux (Intrometida)		

Saber mais:

<http://www.cdcc.usp.br/cda/aprendendo-basico/esfera-celeste/esfera-celeste.htm>

ATIVIDADE 05: ONDE ESTÁ A TERCEIRA DIMENSÃO ESPACIAL?



Representação das três dimensões no espaço euclidiano. Cada coordenada indica uma dimensão espacial que está ligada ao sentido do eixo.

INTRODUÇÃO

Ao posicionar um dedo em frente aos olhos e piscá-los alternadamente percebemos um deslocamento aparente do dedo em relação a imagem de fundo. Esse fato mostra que cada olho enxerga uma imagem diferente. Com apenas um olho temos dificuldade de avaliar a distância aos objetos pois a imagem formada na retina é bidimensional. É partir da combinação das imagens dos dois olhos feita pelo cérebro é que podemos perceber a terceira dimensão, a profundidade.

	mecanismo visual e como isso permite avaliar a distância de um objeto.
CONTEÚDOS	Espaço tridimensional e visão estereoscópica
MATERIAIS	Cordão fino, missangas, montagem para visualização de imagens estereoscópicas.
ESTRATÉGIA	Realizar testes utilizando apenas um dos olhos visando proporcionar a perda da percepção da profundidade. Com isso apresenta-se o fenômeno de paralaxe e a necessidade de se observar um objeto ou paisagem por mais de um ângulo para se obter uma visão tridimensional. Pode-se usar como exemplo um dos métodos utilizados na construção de conteúdo digital em 3D, o qual cada cena é filmada simultaneamente por câmeras em ângulos diferentes. Ao final os estudantes devem visualizar a formação de imagens tridimensionais no estereoscópio.

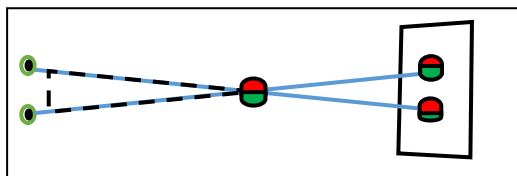
Em Planolândia o reconhecimento pela visão é um processo complexo uma vez que uma figura não pode ser vista por todos os lados ao mesmo tempo, dessa forma diferenciar um polígono de um círculo não é uma tarefa fácil.

A perda da percepção da profundidade está relacionada ao fato de que ao observarmos um objeto apenas por um ângulo temos dificuldade em avaliar sua distância. Assim, para que o estudante experimente essa sensação, propõe-se testes como passar uma linha por um furo pequeno de uma missanga ou tentar tocar com a ponta do

seu dedo a ponta do dedo do seu colega com um dos seus olhos fechados. Com isso pode-se refletir sobre os problemas enfrentados por pessoas com essa deficiência.

Ao segurar um objeto frente ao rosto e piscar alternadamente os olhos percebe-se um deslocamento aparente do objeto face a uma paisagem de fundo. Tal fato ocorre devido a separação existente entre os olhos. Assim cada olho captura a imagem de uma perspectiva, como mostra a Figura 8, resultando em formação de imagens ligeiramente diferentes em cada retina. Essas imagens são processadas pelo cérebro gerando a chamada visão estereoscópica.

FIGURA 4 – Representação da visão estereoscópica.



A visão estereoscópica é responsável por proporcionar melhor avaliação da distância de um objeto estando assim relacionada à percepção da profundidade ou terceira dimensão.

O deslocamento aparente do objeto, também chamado de paralaxe, depende da distância que se encontra do observador, de forma que quanto maior for a distância menor será o deslocamento aparente. De fato, quando nos deslocamos em uma rodovia, é mais difícil notar movimento aparente para árvores mais distantes.

Esse fato mostra que há um limite para a percepção do movimento, uma vez que para objetos muito distantes não será possível perceber deslocamentos e conseqüentemente avaliar sua distância.

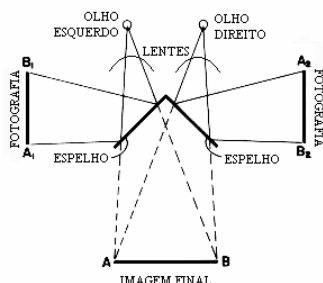
MONTAGEM DO KIT: ESTEREOSCÓPIO

Um estereoscópio é um instrumento composto por dois espelhos perpendiculares que refletem duas imagens ligeiramente diferentes (estereoscópicas), uma para o olho direito e outra para o olho esquerdo.

Materiais necessários: Uma caixa de sapatos, dois espelhos de 10 cm de altura e 15 cm de comprimento cada, figuras estereoscópica, tesoura e cola.

Como montar: Deve-se posicionar os espelhos a 90° no centro da caixa, para isso sugere-se um apoio de papelão ou isopor. Para visualização das imagens deve-se fazer dois furos separados por 6,5 cm na parte frontal da montagem. Um esquema de montagem do estereoscópio é mostrado na Figura 5.

FIGURA 5 – Esquema básico de montagem de um estereoscópio.



FONTE: Siscoutto et al, 2004.

A Figura 6 mostra o eletroscópio montado.

FIGURA 6 – Estereoscópio montado.



FONTE: elaborado pelo autor.

Par de imagens estereoscópicas podem ser encontrados facilmente na internet a exemplo do endereço: <https://br.pinterest.com/kulainventions/stereoscopic-3d-images/>. Também pode-se produzir essas imagens fotografando o mesmo duas vezes, deslocando a câmera paralelamente ao plano da imagem cerca de 6,3 cm entre um registro e outro.

Como usar: com as duas imagens posicionadas, o estudante deve olhar pelos furos na lateral da caixa em direção aos espelhos que refletirá as imagens.

ATIVIDADE 06: O ESPAÇO CELESTE



Representação de observação de estrelas e planetas no céu. Devido as grandes distâncias envolvidas, não é possível determinar por meio da observação direta as distâncias dos planetas e estrelas.

INTRODUÇÃO

O entendimento dos movimentos dos astros no céu exige o conhecimento dos modelos cosmológicos para uma mudança entre os pontos de vista geocêntrico e heliocêntrico. A abstração torna-se necessária uma vez que do ponto de vista da Terra percebemos apenas movimentos relativos, sendo necessário reconhecer que estrelas e planetas estão a diferentes distâncias, dispostos num espaço tridimensional.

OBJETIVOS	Identificar a concepção de espaço celeste dos estudantes e refletir sobre fenômenos como as fases da Lua e estações do ano.
CONTEÚDOS	O espaço celeste, projeção na esfera celeste e movimento aparente.
MATERIAIS	Cordões pendurados no teto, esferas de vários diâmetros, semicírculos, entre outros.
ESTRATÉGIA	Solicitar que os estudantes posicionassem os principais astros do sistema solar no espaço. Para essa atividade os estudantes devem escolher dentre diversos materiais como esferas, discos, representações planas, meias-luas etc., quais deles melhor representam o tamanho e a forma do Sol, da Terra, da Lua e Estrelas e em seguida posicioná-los em barbantes suspensos no teto.

ATIVIDADE 07: DISTÂNCIA DAS ESTRELAS



A imagem mostra três estrelas: Alnitak, Alnilam e Mintaka. Essas estrelas fazem parte da constelação de Órion. Conhecidas popularmente como “as Três Marias”, apesar de parecer que estão a mesma distância, suas distâncias até a Terra são, respectivamente, **817,43** Anos-luz, **1976,71** Anos-luz e **916,17** Anos-luz.

Foto: ESA / ESO / NASA.

INTRODUÇÃO

A limitação que o ser humano tem de perceber a diferença de distâncias entre objetos muito afastados como as estrelas em uma constelação pode levar a construção do pensamento de que estão todas à mesma distância de nós. O caráter bidimensional das constelações repousa no fato das estrelas estarem a grandes distâncias se comparados com o raio da Terra, assim são vistas sempre por um único ângulo. Como as distâncias são diferentes, a disposição das estrelas numa constelação é uma visão particular do nosso único referencial de observação, a Terra.

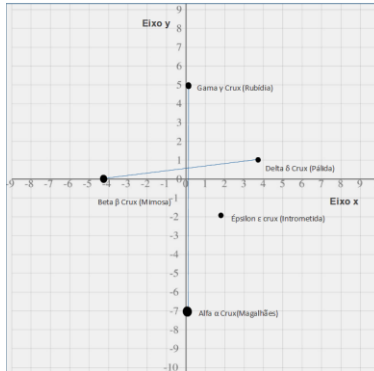
OBJETIVOS	Desenvolver a compreensão espacial do posicionamento das estrelas a partir da representação de elementos planos no espaço tridimensional.
CONTEÚDOS	Espaço tridimensional e pontos no espaço.
MATERIAIS	Isopor de (20x20x1) centímetros, missangas, palitos de churrasco, impressão da constelação.
ESTRATÉGIA	A partir da abordagem da paralaxe apresenta-se a terceira coordenada espacial, a profundidade. Deve-se discutir como é feito o cálculo da distância de uma estrela a partir da paralaxe estelar e a necessidade de se utilizar a unidade ano-luz (AL), explicando como a mesma é definida. A partir das coordenadas de distâncias (z) das estrelas pode-se construir um modelo tridimensional da constelação. Ao final os estudantes deverão verificar, a partir da rotação da maquete, que a constelação como a conhecemos é uma visão a partir do referencial terrestre, caso o referencial mude toda a constelação mudará também.

MONTAGEM DO KIT: CONSTELAÇÃO 3D

Materiais necessários: Pedaco de isopor (1 cm de altura, 20 cm de largura e 20 cm de comprimento), imagem da constelação, régua, tesoura; cola; palito de churrasco, missangas ou massa de moldável.

Como montar: Com a imagem da constelação estabelece um sistema de referência (x,y). O estudante deve identificar e relacionar as respectivas coordenadas em uma tabela. O a terceira dimensão, a profundidade ou distância até as estrelas corresponderá à coordenada z. Com os dados das distâncias das estrelas pode-se obter um fator de conversão de Anos-luz para centímetros.

FIGURA 7 – Constelação do Cruzeiro do Sul no plano.



Para a constelação do Cruzeiro do Sul as distâncias variam entre 58 anos-luz para a estrela mais próxima e 424 anos-luz para a estrela mais distante. Estabelecendo a altura máxima da maquete de 20 cm pode-se definir que isso corresponde a distância máxima 4424 anos-luz, assim nosso espaço representativo é um cubo imaginário de 20 cm de lado. A partir da tabela com os dados das distâncias utiliza-se a relação abaixo para obter os tamanhos dos palitos.

$$z = 20 \text{ (cm)} - \frac{\text{Distância média da estrela (AL)} \times 20 \text{ (cm)}}{424 \text{ (AL)}}$$

O primeiro termo da relação acima é necessário uma vez que se pretende utilizar o isopor como plano de projeção das estrelas, de modo que o estudante fique posicionado em frente a esse plano.

Estrela	Distância média da Terra (anos-luz)	Eixo x (cm)	Eixo y (cm)	Eixo z (cm)
Alfa α Crux(Magalhães)	359	0	-7	3
Beta β Crux (Mimosa)	424	-4,5	0	0
Gama γ Crux (Rubídea)	88	0	5	15,8
Delta δ Crux (Pálida)	257	3,5	1	7,8
Épsilon ε cru x (Intrometida)	58	1,7	-2	17,2

Como exemplo tomemos a estrela Delta Crux. Sua distância média da Terra é 257 anos-luz, logo:

$$z_{\text{Delta Crux}} = 20 \text{ (cm)} - \frac{257 \text{ (AL)} \times 20 \text{ (cm)}}{424 \text{ (AL)}} = 7,8 \text{ cm}$$

A Figura 8 mostra como deve ser o posicionamento dessa estrela na maquete.

FIGURA 8 – Posicionamento da estrela Delta Crux.

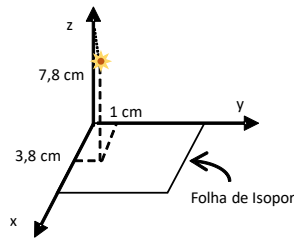
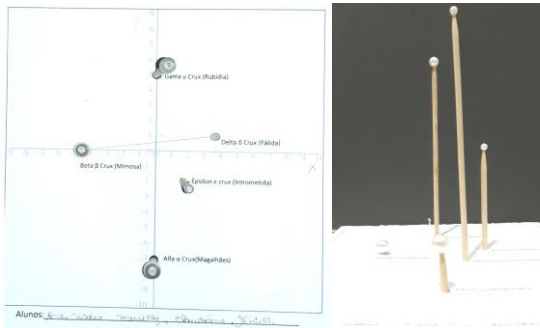
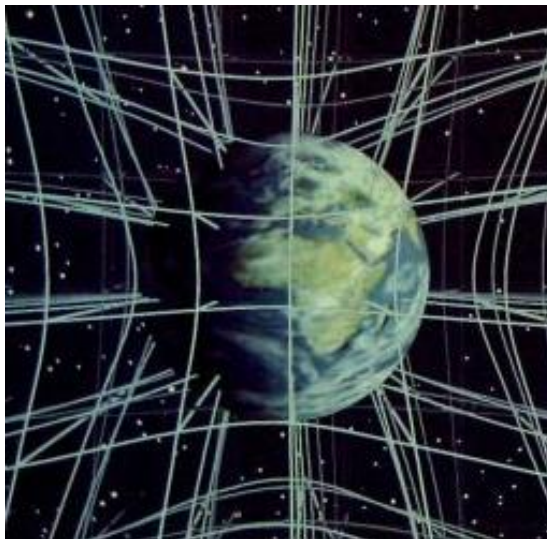


FIGURA 9 – Vista frontal e lateral da constelação 3D.



Após a montagem os estudantes devem fazer rotações na maquete a fim de perceber que ao mudar a perspectiva, muda-se toda configuração da projeção das estrelas.

Para ajudar na discussão utilize o vídeo: CRUZEIRO DO SUL, disponível no endereço: <https://www.youtube.com/watch?v=aaclXsvf9LY&t=129s>.

ATIVIDADE 08: O ESPAÇO SEGUNDO A TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL

Concepção da deformação espacial causada pela presença do planeta Terra no espaço. Essa deformação ocorre nas três dimensões.

INTRODUÇÃO

Durante muitos anos a explicação tanto para a queda dos corpos quanto para o movimento dos planetas ficou sustentada na Teoria da Gravitação Universal, elaborada pelo físico inglês Isaac Newton em 1687. Segundo essa teoria existe uma força de atração entre os corpos devido suas massas, que atua à distância e instantaneamente. Essa última propriedade foi questionada pelo físico Alemão Albert Einstein que em 1915 propôs a Teoria da Relatividade Geral concebendo o espaço como entidade geométrica deformável pela presença de massa.

OBJETIVOS	Apresentar a concepção de espaço dada pela Teoria da Relatividade Geral, refletindo sobre como a luz se propaga.
CONTEÚDOS	Espaço deformável, gravidade e lente gravitacional.
MATERIAIS	Tecido espaço-tempo, esferas de diferentes massas e kit de visualização do efeito lente gravitacional.
ESTRATÉGIA	Apresentar a concepção de espaço absoluto utilizada pela teoria da gravitação de Newton e o problema de instantaneidade da ação a distância. Em seguida demonstrar a concepção de espaço e gravidade segundo a Teoria da Relatividade Geral através do tecido deformável. Por fim apresenta-se como consequência da nova interpretação do espaço o efeito de lente gravitacional, visualizando em uma representação com lentes.

MONTAGEM DO KIT: TECIDO ESPAÇO-TEMPO DEFORMÁVEL

Materiais necessários: Malha radiosa de 140 cm de diâmetro, tubo de pvc (20 mm) com seis metros e três conexões tipo T (25 mm) e serra.

Como montar: Retira-se do tubo três pedaços de 60 cm para montagem dos suportes e quatro metros para a estrutura circular. Sugere-se prender a malha com uma costura na borda, porém também pode ser fixada usando-se cliques para papel.

FIGURA 10 – Montagem: tecido espaço-tempo.



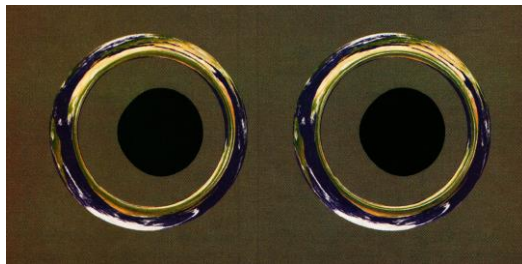
A maioria das representações de deformações do espaço devido a presença de um buraco negro não descrevem bem a realidade, uma vez que tal deformação é mostrada apenas de forma bidimensional. Assim, tais representações equivalem, devido ao número de dimensões, ao que aconteceria em Planolândia.

Como usar: deve-se mostrar como massas produzem deformações no espaço e simular com esferas menores o movimento dos planetas. Por fim, deve-se esclarecer que esta é uma representação bidimensional e que as deformações ocorrem em todo o espaço.

As deformações no tecido do espaço-tempo determinam a trajetória da luz. Uma região com a presença de um corpo de muita massa como um buraco negro encurva os raios de luz formando uma lente gravitacional.

A Figura 11 mostra uma imagem estéreio de como a Terra seria vista caso tivesse um buraco negro a sua frente.

FIGURA 11 – Representação da visão estereoscópica.



Essa imagem deve ser vista com um óculos 3D ou aproximando-se os olhos da página.

Professor, discuta com os estudantes a importância para a comprovação da Teoria da Relatividade Geral do eclipse observado na cidade de Sobral no Ceará em 1919.

MONTAGEM DO KIT:LENTE GRAVITACIONAL

Materiais necessários: Lente de lupa ou duas lentes de retroprojektor, uma caixa de papelão com medidas aproximadas de 15 cm de largura, 20 cm de profundidade e 10 cm de altura, estilete, imagem de uma constelação e cola.

Como montar: Retira-se uma das laterais e fixa-se a imagem da constelação na parte interna da lateral oposta. Faz-se uma abertura na caixa para apoiar a lupa, como mostrado na Figura 12.

FIGURA 12 – Visualizador de lente gravitacional.



A luz vinda da imagem da constelação será desviada pela lente e poderá ser observada uma mudança aparente na posição das estrelas que se encontram atrás da lente.

FIGURA 13 – Deslocamento aparente dos pontos.



Como usar: Para a visualização do efeito de lente gravitacional deve-se movimentar a lente paralelamente ao plano da imagem da constelação. Deve-se enfatizar que a trajetória da luz é modificada pela presença de uma grande massa.

ATIVIDADE 09: DIFERENTES GEOMETRIAS

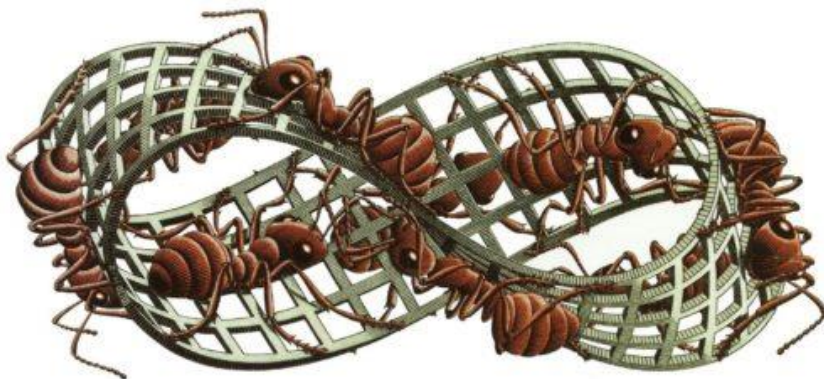


Imagem da “Banda de Möbius 2”, criada pelo artista holandês Maurits Cornelis Escher em 1963. Inspirado no objeto topológico inventado em 1858 pelo astrônomo e matemático alemão August Ferdinand Möbius.

INTRODUÇÃO

Qual a menor distância entre dois pontos? Essa pergunta pode na maioria das vezes levar a apenas um tipo de resposta: uma reta. De fato, para um habitante de Planolândia isso basta, apesar desse plano poder se encurvar numa terceira dimensão espacial sem que o habitante bidimensional devido suas dimensões serem muito menores. Extrapolando os limites da geometria euclidiana podemos ter uma curva, como uma parábola ou mesmo um arco como menor distância entre dois pontos, dependendo da geometria escolhida. Em casos como na superfície da Terra pode-se descrever a distância entre dois pontos de forma a não termos mais uma reta.

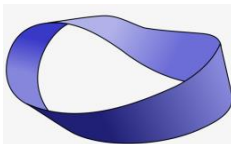
OBJETIVOS	Reconhecer a existência de outras geometrias necessárias para descrição do universo e algumas propriedades topológicas.
CONTEÚDO	Geometria euclidiana e não euclidiana.
MATERIAIS	Malha, régua, globo terrestre, lápis de cor e faixa de Möbius.
ESTRATÉGIA	Fazer medidas de distâncias entre pontos em uma malha antes e depois de deformá-la colocando-se uma massa sobre ela. Com isso discute-se como a presença de uma massa alterou as medidas e que nem sempre a menor distância entre dois pontos é uma reta. O professor deve enfatizar que apesar das medidas de espaços serem diferentes, algumas propriedades topológicas permanecem. O mesmo acontece para um triângulo desenhado em um globo. Ao final deve-se apresentar a faixa de Möbius e realizar cortes para evidenciar suas propriedades.

MONTAGEM DO KIT: FAIXA DE MÖBIUS

Materiais necessários: Papel, tesoura e cola.

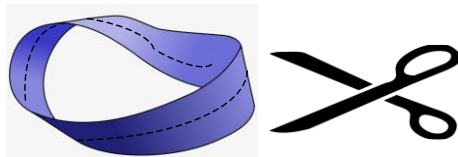
Como montar: Retira-se tiras de aproximadamente dois centímetros de largura e vinte centímetros de comprimento. Em seguida, torça meia volta uma das extremidades e depois cole.

FIGURA 14 – Representação da faixa de Möbius.



Como usar: forneça dois lápis de cores diferentes e solicite que os estudantes pintem a faixa. Discuta o fato dela possuir apenas um lado. Peça para que realizem cortes longitudinais e aumente o número de torções. Os resultados mostram uma geometria totalmente contra intuitiva.

FIGURA 15 – Representação de corte na faixa de Möbius.



ATIVIDADE 10: VIAGEM NO ESPAÇO E NO TEMPO



Concepção artística de um buraco de minhoca que, teoricamente, conecta dois pontos distantes do espaço-tempo de um mesmo universo ou de universos diferentes.

INTRODUÇÃO

Em Planolândia, um mundo fictício onde tudo é feito de duas dimensões, o caminho mais curto para ir de um ponto A ao ponto B é uma linha reta. Viajar para um ponto muito distante no espaço faz parte de um dos maiores desafios da humanidade e está presente há muitos anos nos filmes de ficção científica. Teoricamente, o emaranhado do espaço-tempo pode ser torcido a ponto de criar uma ponte pela qual pode-se compartilhar duas áreas do espaço-tempo. Originalmente batizadas como pontes de Rosen-Einstein, hoje chamamos de buracos de minhoca.

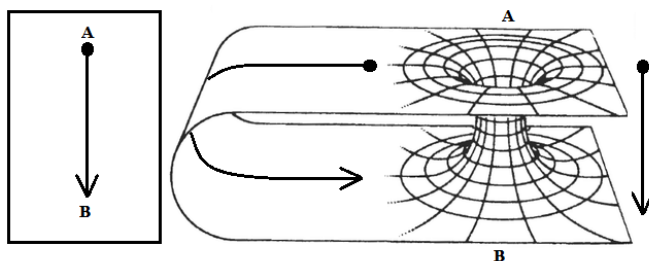
OBJETIVOS	Promover discussões a respeito da possível viagem rápida no espaço e no tempo.
CONTEÚDO	Viagem no espaço-tempo e buracos de minhoca.
MATERIAIS	Papel, tesoura, cola e lápis.
ESTRATÉGIA	Discutir consequências da Teoria da Relatividade Geral a partir da ideia de viagem no espaço-tempo. Para isso será necessário construir uma ponte que conecte dois pontos A e B de um mesmo Universo e em dois Universos distintos, através de uma montagem que simula uma abertura no espaço.

MONTAGEM DO KIT: PONTE DE EINSTEIN-ROSEN

Materiais necessários: Papel, tesoura e cola.

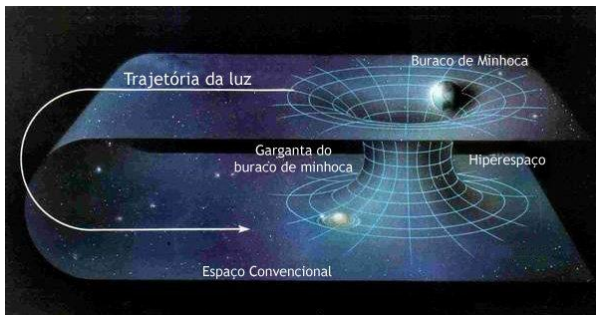
Como montar: Fazer dois pontos A e B no papel e dobrar a folha ligando os dois pontos com o lápis.

FIGURA 16 – Buraco de minhoca no papel.



Como usar: com a apresentação dos principais aspectos da Teoria da Relatividade Geral deve-se realizar a atividade como forma de possibilitar a visualização de uma representação de um fenômeno até então apenas teórico.

FIGURA 17 – Representação de um buraco de minhoca.



REFERÊNCIAS

ABBOTT, E. A. **Planolândia: Um Romance de Muitas Dimensões**. Tradução de Leila de Souza Mendes. São Paulo: Conrad. 2002, 128 p.

Relatividade. **Scientific American Brasil**. Edição Especial Ed. 24 , 2007.

SISCOUTTO, R. A.; SZENBERG, F.; TORI, R.; RAPOSO, A. B. CELES, W.; GATTASS M. II - **Estereoscopia**. In: C. In: Kirner e R. Tori (eds.), Realidade Virtual: Conceitos e Tendências - Livro do Pré-Simpósio SVR 2004, Cap. II, p.179-201. Editora Mania de Livro, São Paulo, 2004 (ISBN 85-904873-1-8)



TERMO DE VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Atestamos para os devidos fins que o produto educacional intitulado **CADERNO DE ATIVIDADES - APOIO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA** foi aplicado no **Colégio Estadual de Barrocas – BA**, no 1º e 2º **Ano** do ensino médio, com um público-alvo de **105** estudantes.

Feira de Santana, 20 de dezembro de 2019

Orientador e Presidente da Banca de Avaliação:
Prof. Dr. Mirco Ragni (UEFS)

Membro Interno do Mestrado Profissional em Astronomia:
Prof. Dr. Paulo César da Rocha Poppe (UEFS)

Membro Externo – Convidado:
Prof. Dr. Edward Ferraz de Almeida Junior (UFOB)